O ROZSZERZENIU HIPERSTONE'OWSKIM

TOMASZ KANIA

Z każdą przestrzenią zwartą Hausdorffa K można stowarzyszyć algebrę Banacha $C(K)$ (która jest w istocie C*-algebrą) wszystkich zespolonych funkcji ciągłych na K, wyposażoną w działania dodawania i mnożenia określone punktowo oraz normę supremum. Z twierdzenia Riesza wynika, że przestrzeń sprzężona do $C(K)$ jest izometrycznie izomorficzna z przestrzenią $\mathscr{M}(K)$, wszystkich regularnych miar borelowskich na K, przy czym dualność wyznaczona jest wzorem

$$\langle f, \mu \rangle = \int_K f \, d\mu,$$

gdzie $f \in C(K), \mu \in \mathscr{M}(K)$. Korzystając z pomysłu Dixmiera, użyjemy twierdzenia Radona–Nikodyma by pokazać, że $\mathscr{M}(K)^*$ jest w istocie przestrzenią $L_\infty(\nu)$ dla pewnej miary ν, a więc jest ona, w szczególności, przemienną C*-algebrą. Twierdzenie Gelfanda–Najmarka pozwala utożsamić $L_\infty(\nu)$ z przestrzenią $C(hK)$, gdzie hK jest widmem $L_\infty(\nu)$. Przyporządkowanie $K \mapsto hK$ nazwiemy *rozszerzeniem hiperstone'owskim* przestrzeni K. Spróbujemy podjąć się opisu topologicznego przestrzeni hK (uzasadnimy m.in., że jest ona zawsze przestrzenią ekstremalnie niespójną, a więc jest obiektem projektywnym w kategorii przestrzeni zwartych).

Literatura

1. H. G. Dales, A. T.-M. Lau, D. Strauss, „The measure algebra and its second dual". (przeddruk dostępny na stronie http://www1.maths.leeds.ac.uk/ pmt6hgd/preprints/Dissertatmeasurealgebrafinal.pdf).
2. F. Albiac, N.J. Kalton, *Topics in Banach space theory*, Graduate Text in Mathematics 233, Springer, 2006.
3. M. Takesaki, *Theory of Operator Algebras* I, Springer 1979.

Department of Mathematics and Statistics, Fylde College, Lancaster University, Lancaster LA1 4YF, United Kingdom

E-mail address: t.kania@lancaster.ac.uk